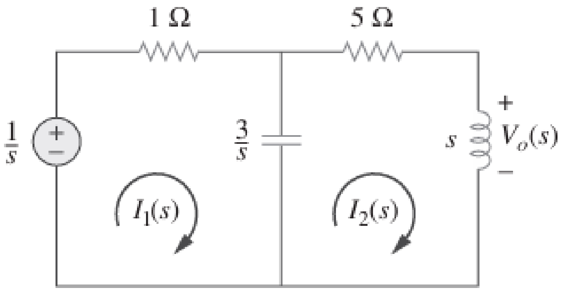
Ejemplo 16.1

Encontrar $v_0(t)$



Resolviendo por mallas

Malla 1

$\frac{1}{s} = \left(1 + \frac{3}{s}\right) I_1 - \frac{3}{s} I_2 = \frac{s+3}{s} I_1 - \frac{3}{s} I_2$ /× s

$1 = (s+3)I_1 - 3I_2$ 1

Mall 2

$$0 = -\frac{3}{s} I_1 + \left(s + 5 + \frac{3}{s}\right) I_2$$

$$0 = -\frac{3}{s} I_1 + \left(\frac{s^2+5s+3}{s}\right) I_2$$ /× s

$$0 = -3I_1 + (s^2+5s+3)I_2$$ 2

Resolviendo por Determinantes

$$I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta}; I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} s+3 & -3 \\ -3 & s^2+5s+3 \end{vmatrix} = (s+3)(s^2+5s+3) - (-3)^2$$

$$\Delta = s^3 + 5s^2 + 3s + 3s^2 + 15s + 9 - 9$$

$$\Delta = s^3 + 8s^2 + 18s = s(s^2+8s+18)$$

$$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} s+3 & 1 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = (s+3)\cdot 0 - (-3)\cdot 1 = 3$$

Entonces

$$I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} = \frac{3}{s(s^2+8s+18)}$$

$$V_0 = I_2 s = \frac{3s}{s(s^2+8s+18)} = \frac{3}{s^2+8s+18}$$

$$V_0 = \frac{3}{s^2 + 2\cdot 4s + 4^2 - 4^2 + 18}$$

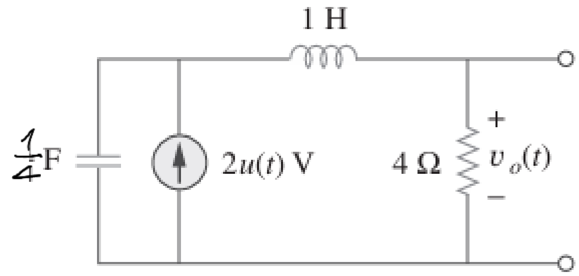
$/\mathcal{L}^{-1}$

$$V_0 = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{(s+4)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2}$$

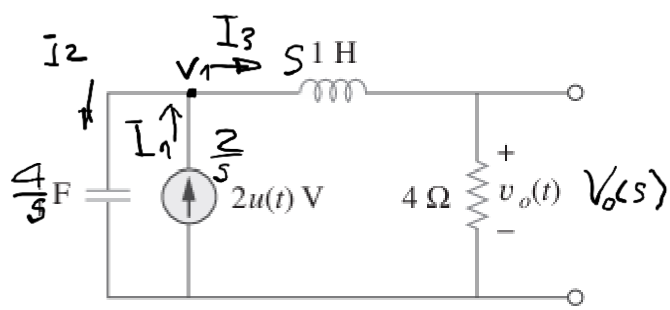
$$v_0(t) = \left(\frac{3}{\sqrt{2}} e^{-4t} \sin\left(\sqrt{2}t\right)\right) u(t)$$

Practica 16.1

Encontrar $v_0(t)$



Resolviendo por nodos



En Nodo V1

$I_1 = I_2 + I_3 \quad \frac{2}{s} = \frac{V_1}{\frac{4}{s}} + \frac{V_1 - 0}{s+4} = \frac{V_1 s}{4} + \frac{V_1}{s+4}$ /× s

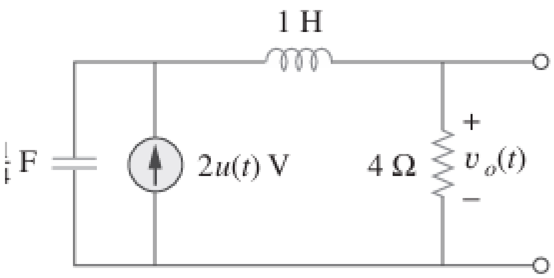
$$\frac{2}{s} = \frac{v_1 s(s+4) + 4v_1}{4(s+4)}$$

$$8(s+4) = v_1 s^2(s+4) + 4sv_1$$
$$8s + 32 = v_1(s^3 + 4s^2) + 4sv_1$$

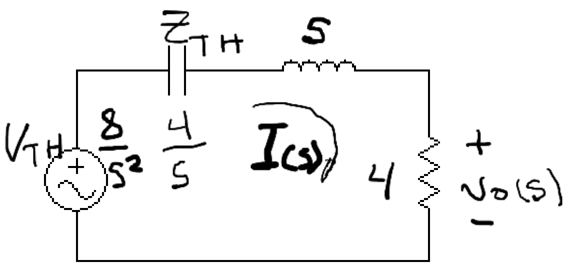
$$8s + 32 = v_1(s^3 + 4s^2 + 4s)$$

$$V_1 = \frac{8s+32}{s(s^2+4s+4)}$$

Otra forma de resolver por el Teorema de Thevenin-Norton es la siguiente:



Por Teorema de Thevenin-Norton



$$v_{TH} = I_N z_N = \frac{2}{s}\cdot\frac{4}{s} = \frac{8}{s^2}$$

$$z_N = \frac{4}{s}$$

Por Mallas

$$V_{TH} = (z_{TH} + s + 4)I(s)$$

$$I(s) = \frac{v_{TH}}{z_{TH} + s + 4} = \frac{\frac{8}{s^2}}{\frac{4}{s} + s + 4}$$

$$I(s) = \frac{8s}{s^2(4 + s^2 + 4s)} = \frac{8}{s(s^2 + 4s + 4)}$$

$$v_0(s) = I(s)\cdot 4 = \frac{4\cdot 8}{s(s^2 + 4s + 4)} = \frac{32}{s(s^2 + 4s + 4)}$$

$$v_0 = \frac{32}{s(s+2)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{(s+2)^2}$$

$$v_0 = \frac{32}{s(s+2)^2} = \frac{A(s+2)^2 + Bs(s+2) + Cs}{s(s+2)^2}$$

Igualando términos

$$A(s+2)^2 + Bs(s+2) + Cs = 32$$

Si s=0, entonces

$$A(0+2)^2 + B\,0\,(0+2) + C\,0 = 32$$

$$A(2)^2 + 0 + 0 = 4A = 32$$

$$A = 8$$

Si s= - 2

$$A(-2+2)^2 + B(-2)(-2+2) + C(-2) = 32$$

$$A(0)^2 + B(-2)(0) + C(-2) = 32$$

$$0 + 0 + C(-2) = 32$$

$$C = -16$$

Para encontrar B, hacemos que s=1

$$A(1+2)^2 + B\,1\,(1+2) + C(1) = 32$$

$$A(3)^2 + B\,1\,(3) + C(1) = 32$$

$$9A + 3B + C = 32$$

Pero A= 8 y C=-16, entonces

$$9(8) + 3B + (-16) = 32$$

$$3B = 32 + 16 - 72 = -24$$

$$B = \frac{-24}{3}$$

$$B = -8$$

Reemplazando en Vo

$$v_0 = \frac{32}{s(s+2)^2} = \frac{8}{s} + \frac{-8}{s+2} + \frac{-16}{(s+2)^2}$$

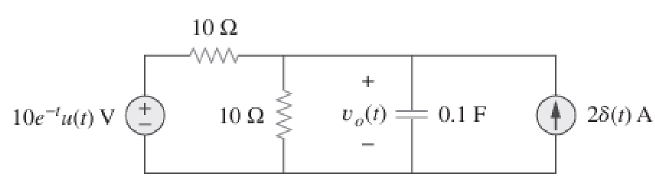
$$v_0 = 8\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+2} - \frac{2}{(s+2)^2}\right)$$

Aplicando la anti transformada, se tiene

$$v_0(t) = 8(1 - \dot{e}^{-2t} - 2te^{-2t})\mu(t)$$

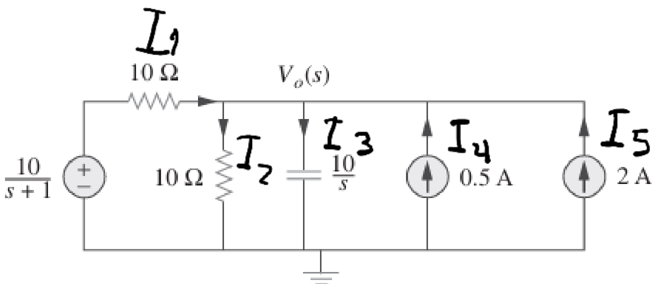
Ejemplo 16.2

Encuentre vo(t) en el circuito de la figura 16.7. Suponga vo(0) 5 V.



Llevando al dominio s, donde previo

$$I_c = cv(0) = 0.1\cdot 5 = 0.5$$



Por análisis del nodo en Vo

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 + I_5 = 0$$

$$I_1 + I_4 + I_5 = I_2 + I_3$$

Reemplazando cada una de las corrientes, se tiene

$$\frac{\frac{10}{s+1} - v_0}{10} + 0.5 + 2 = \frac{v_0}{10} + \frac{v_0}{\frac{10}{s}}$$

Multiplicando por 10

$$\frac{10}{s+1} - v_0 + 5 + 20 = v_0 + v_0 s$$

$$\frac{10}{s+1} - v_0 + 25 = v_0 + v_0 s$$

$$\frac{10}{s+1} + 25 = 2v_0 + v_0 s = v_0(s+2)$$

$$v_0 = \frac{10 + 25(s+1)}{(s+1)(s+2)} = \frac{10 + 25s + 25}{(s+1)(s+2)}$$

$$v_0 = \frac{25s + 35}{(s+1)(s+2)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2}$$

$$v_0 = \frac{25s + 35}{(s+1)(s+2)} = \frac{A(s+2) + B(s+1)}{(s+1)(s+2)}$$

Igualando términos

$$A(s+2) + B(s+1) = 25s + 35$$

Si s=-1

$$A(-1+2) + B(-1+1) = 25(-1) + 35$$

$$A(1) + B(0) = -25 + 35$$

$$A = 10$$

Si s=-2

$$A(-2+2) + B(-2+1) = 25(-2) + 35$$

$$A(0) + B(-1) = -50 + 35$$

$$B(-1) = -15$$

$$B = 15$$

Entonces,

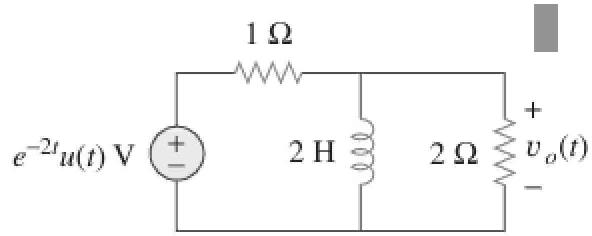
$$v_0 = \frac{25s + 35}{(s+1)(s+2)} = \frac{10}{s+1} + \frac{15}{s+2}$$

Aplicando la anti transformada

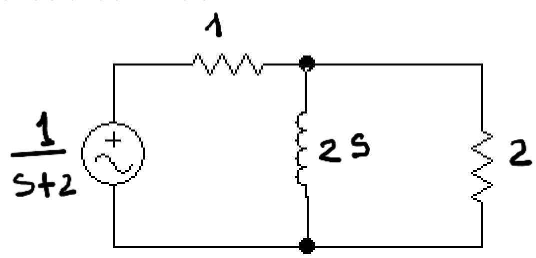
$$v_0(t) = (10e^{-t} + 15e^{-2t})u(t)$$

Problema 16.2

Encuentre vo(t) en el circuito que se muestra en la figura. Observe que debido a que la tensión de entrada está multiplicada por u(t), la fuente de tensión es un cortocircuito para todo t menor a 0 e $i_L(0)$ 0



Llevando al dominio s



Resolviendo por análisis de malla

Malla 1

$$\frac{1}{s+2} = (1+2s)I_1 - 2sI_2$$

Malla 2

$$0 = -2\,s\,I_1 + (2+2s)I_2$$

Resolviendo por determinantes

$$I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta}; I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2s+1 & -2s \\ -2s & 2s+2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = (2s+1)(2s+2) - (-2s)^2$$

$$\Delta = 4s^2 + 4s + 2s + 2 - 4s^2 = 6s + 2$$

$$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} 2s+1 & \frac{1}{s+2} \\ -2s & 0 \end{vmatrix} = (2s+1)(0) - (-2s)\left(\frac{1}{s+2}\right)$$

$$\Delta I_2 = \frac{2s}{s+2}$$

$$I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} = \frac{\frac{2s}{s+2}}{6s+2} = \frac{2s}{(s+2)(6s+2)}$$

Para V_o tenemos,

$$v_0 = I_2 \cdot 2 = \frac{2s}{(s+2)2(3s+1)}2$$

$$v_0 = I_2 \cdot 2 = \frac{2s}{(s+2)(3s+1)}$$

$$v_0 = \frac{2s}{(s+2)(3s+1)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{3s+1}$$

$$v_0 = \frac{2s}{(s+2)(3s+1)} = \frac{A(3s+1) + B(s+2)}{(s+2)(3s+1)}$$

Igualando términos,

$$A(3s+1) + B(s+2) = 2s$$

Si s=-2

$$A(3(-2)+1) + B(-2+2) = 2(-2)$$

$$A(-6+1) + B(0) = -4$$

$$A(-5) = -4$$

$$A = \frac{4}{5}$$

Si s=-1/3

$$A(3(-1/3)+1) + B\big((-1/3)+2\big) = 2(-1/3)$$

$$A(0) + B\left(\frac{5}{3}\right) = -\frac{2}{3}$$

$$B = \frac{2}{5}$$

Entonces Vo, será

$$v_0 = \frac{2s}{(s+2)(3s+1)} = \frac{4/5}{s+2} + \frac{2/5}{3s+1}$$

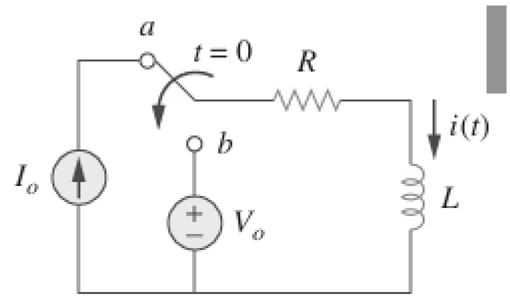
$$v_0 = \frac{4/5}{s+2} + \frac{2/5}{3(s+\frac{1}{3})}$$

Aplicando la anti transformada

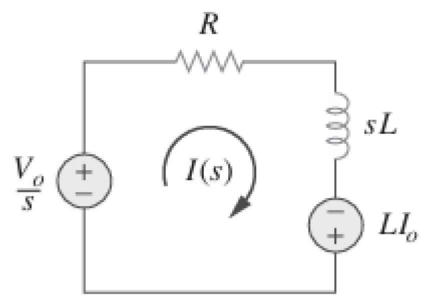
$$v_0(t) = \left(\frac{4}{5}e^{-2t} - \frac{2}{15}e^{-t/3}\right)u(t)$$

Ejemplo 16.3

En el circuito de la figura, el interruptor se mueve de la posición a a la posición b en t=0. Encuentre i(t) para t>0.



Llevando al dominio s y considerando la carga en L



Aplicando análisis de mallas, tenemos

$$\frac{v_0}{s} + LI_0 = (Ls+R)I$$

Multiplicando por s

$$v_0 + LI_0 s = s(Ls+R)I$$

$$I = \frac{v_0 + LI_0 s}{s(Ls+R)_0} = \frac{A}{s} + \frac{B}{Ls+R}$$

$$I = \frac{v_0 + LI_0 s}{s(Ls+R)_0} = \frac{A(Ls+R) + Bs}{s(Ls+R)}$$

Igualando términos,

$$A(Ls+R) + Bs = v_0 + LI_0 s$$

Si s=0,

$$A(L(0)+R) + B(0) = v_0 + LI_0(0)$$

$$A(R) = v_0$$

$$A = \frac{v_0}{R}$$

Si s=R/L,

$$A\left(L\left(-\frac{R}{L}\right)+R\right)+B\left(-\frac{R}{L}\right)=v_0+LI_0\left(-\frac{R}{L}\right)$$

$$A(0)+B\left(-\frac{R}{L}\right)=v_0-I_0(R)$$

$$B=\frac{v_0-I_0(R)}{\left(-\frac{R}{L}\right)}=\frac{v_0L-I_0LR}{-R}$$

$$B=\frac{I_0LR-v_0L}{R}=I_0L-v_0\left(\frac{L}{R}\right)$$

Por tanto,

$$I=\frac{v_0+LI_0s}{s(Ls+R)}\quad=\frac{\frac{v_0}{R}}{s}+\frac{I_0L-v_0\left(\frac{L}{R}\right)}{Ls+R}$$

$$I=\frac{\frac{v_0}{R}}{s}+\frac{I_0L-v_0\left(\frac{L}{R}\right)}{Ls+R}$$

$$I=\frac{\frac{v_0}{R}}{s}+\frac{I_0}{s+R/L}-\frac{\frac{v_0}{R}}{s+R/L}$$

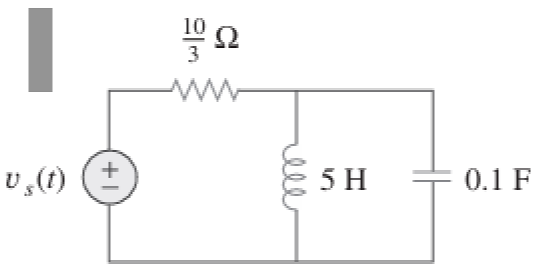
Aplicando la anti transformada,

$$i(t)=\left(\frac{v_0}{R}+I_0e^{-\frac{R}{L}t}-\frac{v_0}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\right)u(t)$$

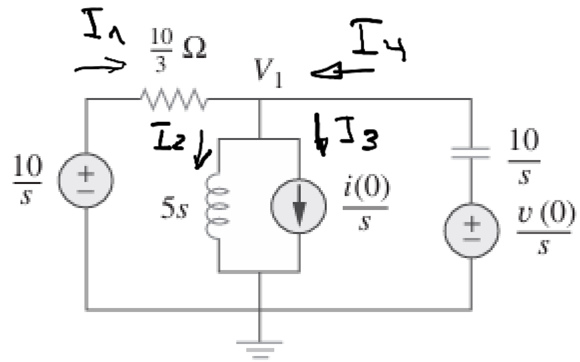
$$i(t)=\left(\frac{v_0}{R}+\left(I_0-\frac{v_0}{R}\right)e^{-\frac{R}{L}t}\right)u(t)$$

Ejemplo 16.4

Considere el circuito de la figura. Encuentre el valor de la tensión a través del capacitor suponiendo que el valor de vs(t) 10u(t) V y suponga que en t=0, una corriente de -1 A fluye a través del inductor y hay una tensión de 5 V a través del capacitor.



Llevando al dominio s



Donde, i(0)=1 A y v(0)=5

Realizando el análisis de nodo en V1, se tiene,

$$I_1-I_2-I_3+I_4=0$$

$$I_1+I_4=I_2+I_3$$

Aplicando la Ley de Ohm

$$\frac{\frac{10}{s}-v_1}{\frac{10}{3}}+\frac{\frac{v_0}{s}-v_1}{\frac{10}{s}}=\frac{v_1}{5s}+\frac{I_0}{s}$$

Multiplicando por 10/3s

$$\frac{1}{s}\left(\frac{10}{s}-v_1\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{v_o}{s}-v_1\right)=\frac{10}{3s}\left(\frac{v_1}{5s}+\frac{I_0}{s}\right)$$

Multiplicando por 3s

$$3\left(\frac{10}{s}-v_1\right)+s\left(\frac{v_0}{s}-v_1\right)=10\left(\frac{v_1}{5s}+\frac{I_0}{s}\right)$$

$$\frac{30}{s}-3v_1+v_0-v_1s=\frac{2v_1}{s}+\frac{10I_0}{s}$$

Multiplicando por s,

$$30-3sv_1+sv_0-s^2v_1=2v_1+10I_0$$

$$30+sv_0-10I_0=2v_1+3sv_1+s^2v_1$$

$$(s^2+3s+2)v_1=30+sv_0-10I_0$$

$$v_1=\frac{30+v_0s-10I_0}{s^2+3s+2}$$

Reemplazando Vo=5V y Io=-1 A

$$v_1=\frac{30+5s+10}{(s+1)(s+2)}=\frac{5s+40}{(s+1)(s+2)}$$

$$v_1=\frac{5s+40}{(s+1)(s+2)}=\frac{A}{s+1}+\frac{B}{s+2}$$

$$v_1 = \frac{5s+40}{(s+1)(s+2)} = \frac{A(s+2)+B(s+1)}{(s+1)(s+2)}$$

Igualando términos, tenemos,

$$A(s+2)+B(s+1) = 5s+40$$

Si s=-1

$$A(-1+2)+B(-1+1) = 5(-1)+40$$

$$A(1)+B(0) = -5+40$$

$$A = 35$$

Si s=-2

$$A(-2+2)+B(-2+1) = 5(-2)+40$$

$$A(0)+B(-1) = -10+40$$

$$B(-1) = 30$$

$$B = -30$$

Entonces,

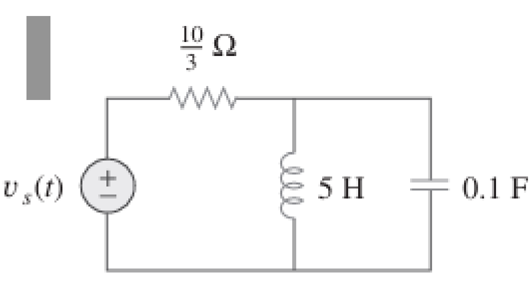
$$v_1 = \frac{5s+40}{(s+1)(s+2)} = \frac{35}{s+1} - \frac{30}{s+2}$$

Aplicando la anti transformada,

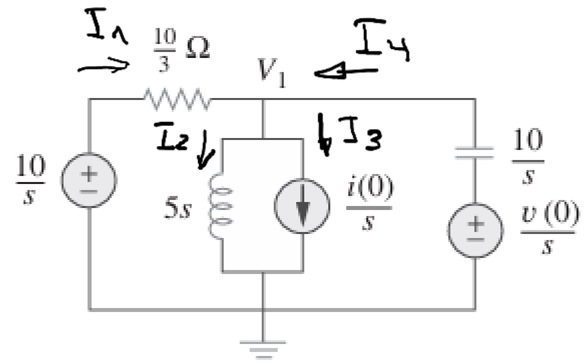
$$v_1(t) = (35e^{-t} - 30e^{-2t})u(t)$$

Problema 16.4

En el circuito que se muestra en la figura, con las mismas condiciones iniciales, encuentre la corriente a través del inductor para todo tiempo t>0.



Llevando al dominio s



Donde, i(0)=1 A y v(0)=5

Realizando el análisis de nodo en V1, se tiene,

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0$$

$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3$$

Aplicando la Ley de Ohm

$$\frac{\frac{10}{s} - v_1}{\frac{10}{3}} + \frac{\frac{v_0}{s} - v_1}{\frac{10}{s}} = \frac{v_1}{5s} + \frac{I_0}{s}$$

Multiplicando por 10/3s

$$\frac{1}{s}\left(\frac{10}{s} - v_1\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{v_o}{s} - v_1\right) = \frac{10}{3s}\left(\frac{v_1}{5s} + \frac{I_0}{s}\right)$$

Multiplicando por 3s

$$3\left(\frac{10}{s} - v_1\right) + s\left(\frac{v_0}{s} - v_1\right) = 10\left(\frac{v_1}{5s} + \frac{I_0}{s}\right)$$

$$\frac{30}{s} - 3v_1 + v_0 - v_1 s = \frac{2v_1}{s} + \frac{10I_0}{s}$$

Multiplicando por s,

$$30 - 3sv_1 + sv_0 - s^2v_1 = 2v_1 + 10I_0$$

$$30 + sv_0 - 10I_0 = 2v_1 + 3sv_1 + s^2v_1$$

$$(s^2+3s+2)v_1 = 30 + sv_0 - 10I_0$$

$$v_1 = \frac{30 + v_0 s - 10I_0}{s^2+3s+2}$$

Reemplazando Vo=5V y Io=-1 A

$$v_1 = \frac{30+5s+10}{(s+1)(s+2)} = \frac{5s+40}{(s+1)(s+2)}$$

$$v_1 = \frac{5s+40}{(s+1)(s+2)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2}$$

$$v_1 = \frac{5s+40}{(s+1)(s+2)} = \frac{A(s+2)+B(s+1)}{(s+1)(s+2)}$$

Igualando términos, tenemos,

$$A(s+2)+B(s+1) = 5s+40$$

Si s=-1

$$A(-1+2)+B(-1+1) = 5(-1)+40$$

$$A(1)+B(0) = -5+40$$

$$A = 35$$

Si s=-2

$$A(-2+2)+B(-2+1) = 5(-2)+40$$

$$A(0)+B(-1) = -10+40$$

$$B(-1) = 30$$

$$B = -30$$

Entonces,

$$v_1 = \frac{5s+40}{(s+1)(s+2)} = \frac{35}{s+1} - \frac{30}{s+2}$$

Para encontrar la corriente en el inductor,

$$v_L = v_1 = I_2 \cdot z_L = I_2 \cdot 5s$$

De donde,

$$I_2 = \frac{v_1}{z_L} = \frac{\frac{35}{s+1} - \frac{30}{s+2}}{5s}$$

$$I_2 = \frac{35(s+2)-30(s+1)}{5s\cdot(s+1)(s+2)}$$

$$I_2 = \frac{35s+70-30s-30}{5s\cdot(s+1)(s+2)} = \frac{5s+40}{5s\cdot(s+1)(s+2)}$$

$$I_2 = \frac{5(s+8)}{5s\cdot(s+1)(s+2)} = \frac{s+8}{s(s+1)(s+2)}$$

$$I_2 = \frac{s+8}{s(s+1)(s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+1)} + \frac{C}{(s+2)}$$

$$I_2 = \frac{s+8}{s(s+1)(s+2)} = \frac{A(s+1)(s+2)+Bs(s+2)+Cs(s+1)}{s(s+1)(s+2)}$$

Igualando términos,

$$A(s+1)(s+2)+Bs(s+2)+Cs(s+1) = s+8$$

Si s=0,

$$A(0+1)(0+2)+B(0)(0+2)+C(0)(0+1) = 0+8$$

$$A(1)(2)+0+0 = 0+8$$

$$2A = 8$$

$$A = 4$$

Si s=-1,

$$A(-1+1)(-1+2)+B(-1)(-1+2) + C(-1)(-1+1) = -1+8$$

$$A(0)(1)+B(-1)(1)+C(-1)(0) = -1+8$$

$$0-B+0 = 7$$

$$B = 7$$

Si s=-2

$$A(-2+1)(-2+2)+B(-2)(-2+2) + C(-2)(-2+1) = -2+8$$

$$A(-1)(0)+B(-2)(0)+C(-2)(-1) = -2+8$$

$$0+0+2C = 6$$

$$C = 3$$

Por lo tanto,

$$I_2 = \frac{s+8}{s(s+1)(s+2)} = \frac{4}{s} + \frac{7}{(s+1)} + \frac{3}{(s+2)}$$

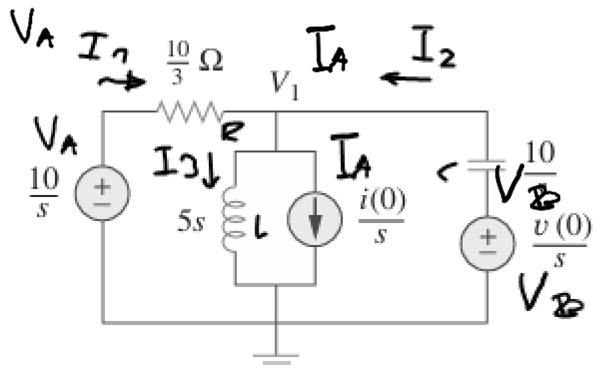
Aplicando la anti transformada

$i_L(t) = i_2(t) = (4+7e^{-t}+3e^{-2t})$u(t)

Ejemplo 16.5

En el circuito que se muestra en la figura y las condiciones iniciales utilizadas en el ejemplo anterior, utilice la superposición para encontrar el valor de la tensión en el capacitor.

Resolviendo para aplicar el método de Superposición



$$I_1 + I_2 = I_3 + I_A$$

$$\frac{V_A - V_1}{R} + \frac{V_B - V_1}{\frac{1}{Cs}} = \frac{V_1}{Ls} + I_A$$

$$\frac{V_A - V_1}{R} + \frac{Cs(V_B - V_1)}{1} = \frac{V_1}{Ls} + I_A$$

$$\frac{(V_A - V_1) + RCs(V_B - V_1)}{R} = \frac{V_1 + LsI_A}{Ls}$$

$$(V_A - V_1)Ls + RLCs^2(V_B - V_1) = R(V_1 + LsI_A)$$

$$V_ALs - V_1Ls + V_BRLCs^2 - V_1RLCs^2 = RV_1 + RLI_As$$

$$V_ALs + V_BRLCs^2 - RLI_As = RV_1 + V_1Ls + V_1RLCs^2$$

$$RV_1 + V_1Ls + V_1RLCs^2 = V_ALs + V_BRLCs^2 - RLI_As$$

$$(RLCs^2 + Ls + R)V_1 = V_BRLCs^2 + V_ALs - RLI_As$$

$$V_1 = \frac{s(V_BRLCs + V_AL - RLI_A)}{RLCs^2 + Ls + R}$$

i) Caso 1

VA=10/s, VB=0 y IA=0, además R=10/3, L=5 y C=0,1 entonces,

$$V_1 = \frac{s(V_BRLCs + V_AL - RLI_A)}{RLCs^2 + Ls + R}$$

$$V_1 = \frac{s(0 + \frac{10}{s}5 - 0)}{\frac{10}{3}5(0{,}1)s^2 + 5s + \frac{10}{3}}$$

$$V_1 = \frac{50}{\frac{5}{3}s^2 + 5s + \frac{10}{3}}$$

Multiplicando por 3 al numerador y denominador

$$V_1 = \frac{150}{5s^2 + 15s + 10}$$

Dividiendo por 5 al numerador y denominador

$$V_1 = \frac{30}{s^2 + 3s + 2} = \frac{A}{(s+1)} + \frac{B}{(s+2)}$$

$$V_1 = \frac{30}{s^2 + 3s + 2} = \frac{A(s+2) + B(s+1)}{(s+1)(s+2)}$$

Igualando los terminos,

$$A(s+2) + B(s+1) = 30$$

Si s=-1

$$A(-1+2) + B(-1+1) = 30$$

$$A(1) + B(0) = 30$$

$$A = 30$$

Si s=-2

$$A(-2+2) + B(-2+1) = 30$$

$$A(0) + B(-1) = 30$$

$$B = -30$$

Entonces,

$$V_1 = \frac{30}{(s+1)} + \frac{-30}{(s+2)}$$

Entonces aplicando la anti transformada

$$v_1(t) = (30e^{-t} - 30e^{-2t})u(t)$$

ii) Caso 2

VA=0, VB=5/s y IA=0, además R=10/3, L=5 y C=0,1 entonces,

$$V_1 = \frac{s(V_BRLCs + V_AL - RLI_A)}{RLCs^2 + Ls + R}$$

$$V_1 = \frac{s(V_BRLCs + 0 - 0)}{RLCs^2 + Ls + R}$$

$$V_1 = \frac{s(\frac{5}{s}\frac{10}{3}5(0{,}1)s + 0 - 0)}{\frac{10}{3}5(0{,}1)s^2 + 5s + \frac{10}{3}}$$

$$V_1 = \frac{\frac{25}{3}s}{\frac{5}{3}s^2 + 5s + \frac{10}{3}}$$

Multiplicando por 3 al numerador y denominador

$$V_1 = \frac{25s}{5s^2 + 15s + 10}$$

Dividiendo por 5 al numerador y denominador

$$V_1 = \frac{5s}{s^2 + 3s + 2} = \frac{A}{(s+1)} + \frac{B}{(s+2)}$$

$$V_1 = \frac{5s}{s^2 + 3s + 2} = \frac{A(s+2) + B(s+1)}{(s+1)(s+2)}$$

Igualando términos,

$$A(s+2) + B(s+1) = 5s$$

Si s=-1

$$A(-1+2) + B(-1+1) = 5(-1)$$

$$A(1) + B(0) = -5$$

$$A = -5$$

Si s=-2

$$A(-2+2) + B(-2+1) = 5(-2)$$

$$A(0) + B(-1) = -10$$

$$B = 10$$

Entonces,

$$V_1 = \frac{-5}{(s+1)} + \frac{10}{(s+2)}$$

Aplicando la antitransformada,

$$v_1(t) = (-5e^{-t} + 10e^{-2t})u(t)$$

iii) Caso 3

VA=0, VB=0 y IA=-1/s, además R=10/3, L=5 y C=0,1 entonces,

$$V_1 = \frac{s(V_B RLCs + V_A L - RLI_A)}{RLCs^2 + Ls + R}$$

$$V_1 = \frac{s(0 + 0 - RLI_A)}{RLCs^2 + Ls + R}$$

$$V_1 = \frac{s\left(-\frac{10}{3}5\frac{-1}{s}\right)}{\frac{10}{3}5(0{,}1)s^2 + 5s + \frac{10}{3}}$$

$$V_1 = \frac{\frac{50}{3}}{\frac{5}{3}s^2 + 5s + \frac{10}{3}}$$

Multiplicando por 3 al numerador y denominador

$$V_1 = \frac{50}{5s^2 + 15s + 10}$$

Dividiendo por 5 al numerador y denominador

$$V_1 = \frac{10}{s^2 + 3s + 2} = \frac{A}{(s+1)} + \frac{B}{(s+2)}$$

$$V_1 = \frac{10}{s^2 + 3s + 2} = \frac{A(s+2) + B(s+1)}{(s+1)(s+2)}$$

Igualando los términos

$$A(s+2) + B(s+1) = 10$$

Si s=-1

$$A(-1+2) + B(-1+1) = 10$$

$$A(1) + B(0) = 10$$

$$A = 10$$

Si s=-2

$$A(-2+2) + B(-2+1) = 10$$

$$A(0) + B(-1) = 10$$

$$B = -10$$

Entonces,

$$V_1 = \frac{10}{(s+1)} + \frac{-10}{(s+2)}$$

Aplicando la antitransformada,

$$v_1(t) = (10e^{-t} - 10e^{-2t})u(t)$$

Para aplicar el método de la superposición y tomando en cuenta los resultados de los 3 casos y sumando los 3 resultados se tiene,

$$Caso1{:}\, v_1(t) = (30e^{-t} - 30e^{-2t})u(t)$$

$$Caso\ 2{:}\, v_1(t) = (-5e^{-t} + 10e^{-2t})u(t)$$

$$Caso\ 3{:}\, v_1(t) = (10e^{-t} - 10e^{-2t})u(t)$$

$$Total{:}\, v_1(t) = (350e^{-t} + 30e^{-2t})u(t)$$

Que es el mismo obtenido en el anterior ejemplo.